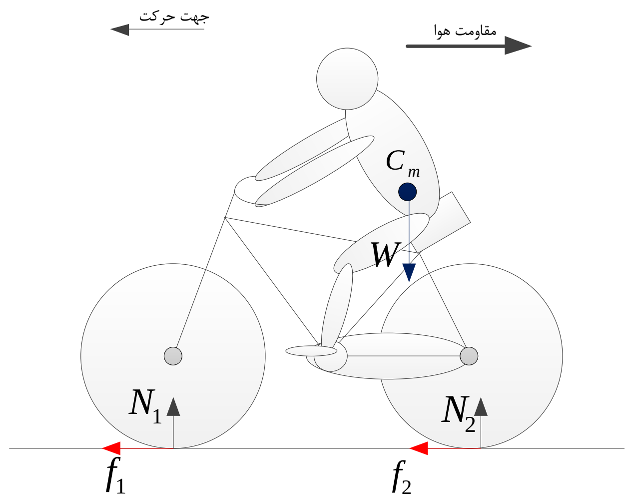
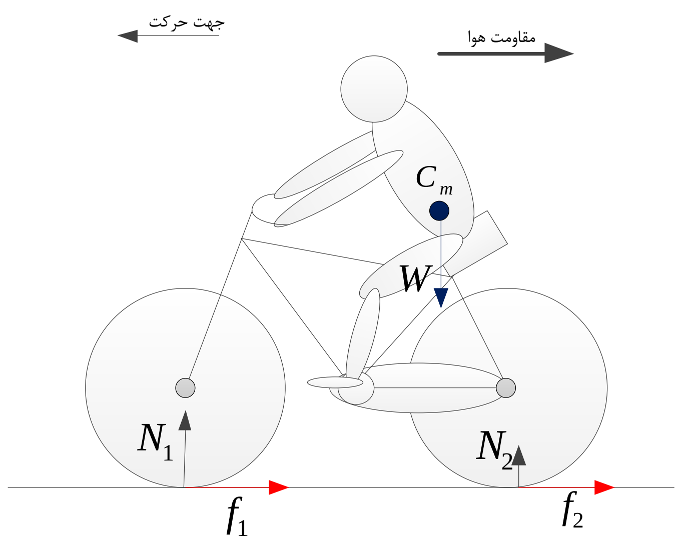
مباحث: دوچرخه در حال ترمز، چرخِ ویلچر، حل مسئلهٔ نیروی کشش

در ادامه‌ی جلسه‌ی گذشته برای دوچرخه حالتی را بررسی می‌کنیم که:

ج) دوچرخه‌سوار ترمز می‌کند. اگر نیرویی که زمین به دوچرخه‌سوار وارد می‌کند در آغاز حرکت به صورت زیر باشد

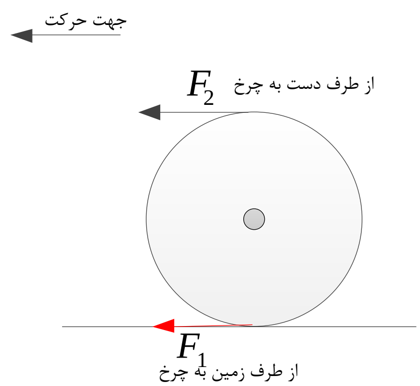


آن‌گاه در حال ترمز جهت این نیرو عوض می‌شود و به صورت شکل زیر درمی‌آید و همچنین $N_1 > N_2$ می‌شود تا دوچرخه بر اثر نیروهای وارد شونده از طرف زمین، دوران نکند.



در حرکت دوچرخه منظور از لغزش چرخ این است که چرخ روی زمین کشیده می‌شود و منظوراز غلتش چرخ این است که چرخ روی زمین کشیده نشده بلکه دوران نموده و دوچرخه رو به جلو حرکت می‌کند.

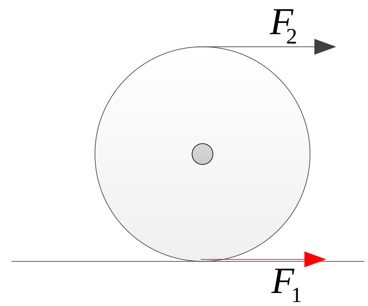
حال شخصی را در نظر بگیرید که روی ویلچیر نشسته و با استفاده از دستانش آن را به حرکت در می‌آورد. مطابق شکل زیر به هنگام آغاز حرکت علاوه بر نیرویی که از طرف زمین به چرخ وارد می‌شود(F_1) نیروی F_2 نیز از طرف دستان فرد به چرخ وارد می‌شود.



فرض می‌کنیم نقطه اثر نیروی وزن و نیروی عمودی سطح از مرکز جرم می‌گذرد و این نیروهای عمودی یکدیگر را خنثی و گشتاوری حول مرکز جرم ایجاد نمی‌کنند. در این صورت جهت گشتاورنیروی F_1 خلاف جهت گشتاور نیروی F_2 خواهد بود و برای اینکه برای شروع حرکت، چرخ بغلتد و شتاب دورانی پیدا کند باید کمی $F_2 > F_1$ باشد. اگر F_2 خیلی بیشتر از F_1 شود شتاب دورانی چرخ نیز بسیار افزایش می‌یابد و از آن‌جایی که نیروی F_1 تا حدی می‌تواند افزایش یابد، شتاب دورانی آنقدر زیاد می‌شود که چرخ بدون جلو رفتن سریعاً می‌چرخد. به همین دلیل نیز برای افزایش F_1 در جاده‌های لغزنده در زمستان از زنجیر چرخ برای چرخ‌های خودرو استفاده می‌کنیم. بنابراین برای بیهوده نچرخیدن نباید F_2 از حدی بیشتر شده که موجب گردد که شتاب دورانی از حدی بیشتر شود.

تکلیف) چه اتفاقی برای چرخ باعث می‌شود در هنگام شتاب گرفتن بیهوده بچرخد و یا هنگام ترمز کردن سر بخورد؟ حدی که در بالا ذکر شد را بیابید؟

برای ترمز کردن، شخص چرخ را با دست نگه می‌دارد و نیرویی خلاف جهت F_2ی بالا وارد می‌کند و جهت F_1 نیز شروع به برعکس شدن می‌کند(مطابق شکل بعد) و البته شتاب دورانی منفی می‌گردد که این یعنی لازم است F_2 بزرگتر از F_1 باشد.



حل مسأله‌ی میله و کشش نخ

نیروی اصطکاک که در خلاف جهت حرکت است برابر است با:

$$f = \mu N = \mu M g = 0.1 \times 20 = 2N$$

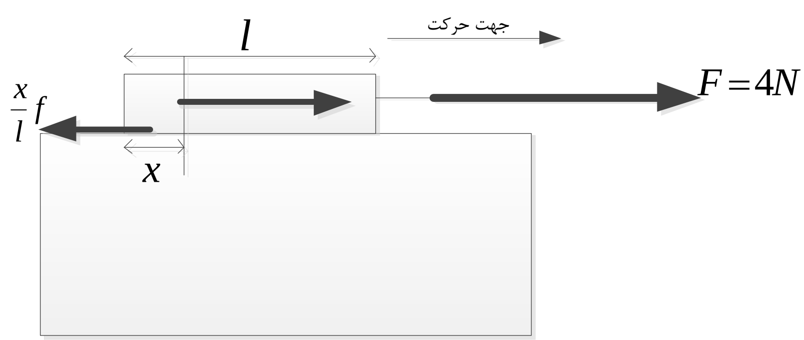
با توجه به وارد شدن نیروی چهارنیوتنی در جهت حرکت داریم:

$$F - f = Ma \rightarrow a = \frac{F-f}{M} = \frac{4-2}{2} = 1\, m/s^2$$

بنابراین شتاب حرکت میله ۱ متربر مجذورثانیه می‌باشد.

از آن‌جایی که بخشی از میله که به طول x جدا در نظر گرفتیم $\frac{x}{l}$ جرم کل یعنی $\frac{2x}{l}$ کیلوگرم است پس برای کل نیروی وارده بر آن داریم:

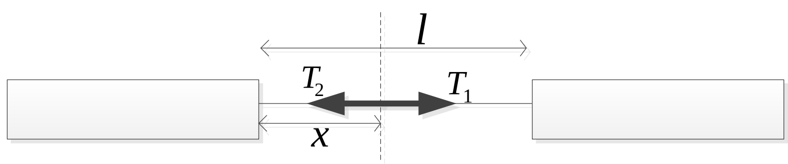
$$\sum F_x = F - f_x = M_x a = \frac{2x}{l} \cdot 1$$



همچنین نیروی اصطکاک واردشونده به این بخش نیز $\frac{x}{l}$ نیروی اصطکاک وارد شونده به کل جسم یعنی $\frac{2x}{l}$ است. جهت نیروی اصطکاک نیز خلاف جهت حرکت میله است. بنابراین نیرویی که از طرف بقیهٔ میله به این بخش از میله وارد می‌شود(F) برابر است با:

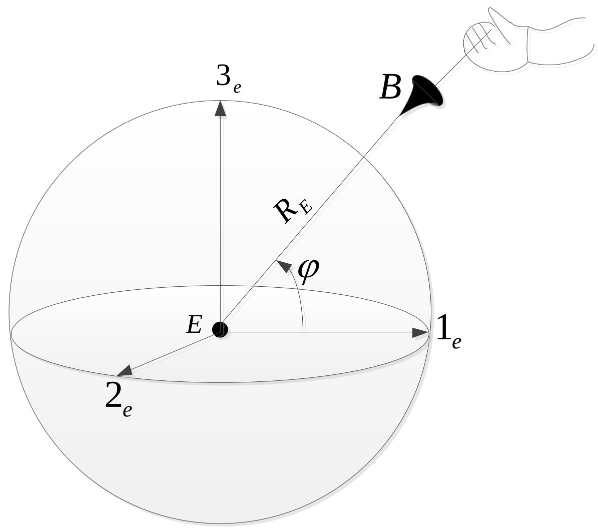
$$F = \frac{2x}{l} + \frac{2x}{l} = \frac{4x}{l}$$

از حل بالا میتوان موضوع کشش نخ را نیز پیش کشید و توجیه نمود. کشش نخ همان نیروی تبادلی بین دو طرف نخی است که به صورت فرضی بریده‌ایم. حال مثلاً اگر نخ جرم داشته باشد، نیرویی که در نقطه‌ی اتصال نخ به میله، از طرف نخ به میله وارد می‌شود کمتر از ۴ نیوتن خواهد بود. اما اگر نخ را بدون جرم فرض نماییم نیروی وارد شونده به میله در تمام طول نخ یکسان است و می‌گوییم نیروی کشش نخ در طول نخ ثابت است. بنابراین می‌توانید در حل مسائلی که در آن‌ها نخی در کار است نخ را از هر نقطه‌ای بریده فرض نمایید(مانند صورت سوال برای میله) و مسأله را به دو زیرمسأله کوچکتر، از دو طرف نخ، تبدیل کنید.



حل مسأله‌ی شاغول

این مسأله در جلسه مطرح شده بود. در این مسأله راستای نخ شاغول به هنگام ساکن شدن شاغول پرسیده شده بود. از آن‌جایی که به هنگام ساکن ماندن شاغول نیروی نخ به آن وارد می‌شود، راستای این نیرو همان راستایی است که شاغول ایستاده است.



پس مسئله می‌شود به دست آوردن راستای این نیرو! . می‌توانیم فرض کنیم نقطه‌ی E یا مرکز زمین نقطه‌ی اینرسی است. این فرض حول و حوش زمین با دقت خیلی خوبی صادق است اما این فرض همیشه درست نیست. بنابراین داریم:

$$\frac{F_{\text{نخ}}}{m} + g_i = D_i^2 r_{EB} \rightarrow \frac{F_{\text{نخ}}}{m} = D_i^2 r_{EB} - g_i$$

$$g_i = -\frac{GM}{R_E^3} r_{EB}$$

البته می‌دانیم که:

$$^{e}r_{EB} = \begin{pmatrix} R_E \cos(\varphi) \\ 0 \\ R_E \sin(\varphi) \end{pmatrix} \qquad D_e^2 r_{EB} = 0 \qquad D_e r_{EB} = 0$$

به این ترتیب کافی است در اولین رابطه به جای $D_i^2 r_{EB}$ رابطه‌ای بر حسب $D_e^2 r_{EB}$ قرار دهید. با این کار جملاتی افزوده خواهد شد که همه‌ی آن‌ها به غیر از جمله‌ی $^{e}\omega_{ie} \times (\, ^{e}\omega_{ie} \times \, ^{e}r_{EB})$ صفر می‌باشد.

انجام ادامهٔ این کار به شما واگذار می‌شود.